

楽しい粒子円盤系
もしくは惑星系の構造と起源

小久保英一郎 (国立天文台)

自己紹介

所属

- 国立天文台科学研究部/天文シミュレーションプロジェクト
- 東京大学大学院理学系研究科天文学専攻

専門分野

- 惑星系形成論 (粒子円盤系の構造と進化)
 - 太陽系 (惑星, 衛星, 環, 小惑星, 彗星, ...) の起源
 - 系外惑星系 (近接惑星, 大離心率惑星, スーパーアース, ...) の起源

「理論とシミュレーションを駆使して惑星系形成の素過程を明らかにし、多様な惑星系の起源を描き出す」

- ...

趣味

- スクーバダイビング, 文化財探訪, 旅, 文化麺類学, ...



目次

基礎編: 粒子円盤系の物理

- 軌道
- 重力不安定性
- 二体緩和
- ロッシュ限界

応用編: 微惑星系の進化

- 粘性攪拌
- 力学的摩擦
- 軌道反発

基礎編: 粒子円盤系の物理

天体の種類

天体

- 重力 (引力) と反発力が釣り合って力学平衡状態

構成要素

- 流体 (連続体近似) - 例: 恒星
- 粒子 - 例: 銀河

構造

- 反発力 = 圧力/ランダム運動 → 圧力平衡 (球状)
例: 恒星, 球状星団, 楕円銀河
- 反発力 = 遠心力 → 回転平衡 (円盤状)
例: 惑星環, 原始惑星系円盤, 降着円盤, 円盤銀河

粒子円盤系

特徴

- 外場による公転運動 (平均運動)
- 粒子間相互作用によるランダム運動 (熱運動)

例: 天体 (構成粒子)

- 円盤銀河 (恒星)
- 原始惑星系円盤 (ダスト, 微惑星)
- 周惑星円盤 (微衛星)
- 惑星環 (環粒子)

シミュレーション動画

- <https://4d2u.nao.ac.jp/>

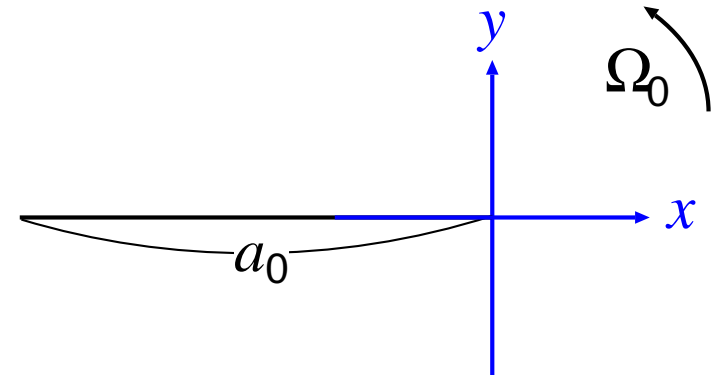
粒子の運動方程式

軸対称ポテンシャル

$$\Phi(R, z)$$

局所回転直交座標系

$$(x, y, z)$$



周転円 (ヒル) 近似

$$|x|, |y|, |z| \ll a_0, |\dot{x}|, |\dot{y}|, |\dot{z}| \ll a_0 \Omega_0, |\ddot{x}|, |\ddot{y}|, |\ddot{z}| \ll a_0 \Omega_0^2$$

運動方程式

$$\ddot{x} = \underbrace{2\Omega_0 \dot{y}}_{\text{コリオリ力}} + \underbrace{(4\Omega_0^2 - \kappa^2)x}_{\text{潮汐力}}$$

$$\ddot{y} = \underbrace{-2\Omega_0 \dot{x}}_{\text{コリオリ力}}$$

$$\ddot{z} = \underbrace{-\nu^2 z}_{\text{潮汐力}}$$

$$\kappa : \text{周転円振動数 } \kappa^2 = \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R^2} + 3\Omega^2 \right)_{(a_0, 0)}, \quad \nu : \text{垂直振動数 } \nu^2 = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} (a_0, 0)$$

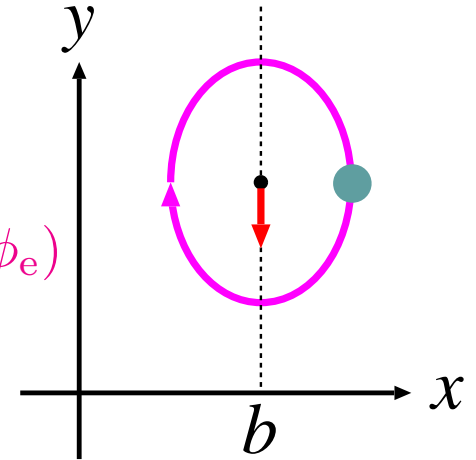
粒子の軌道

旋回中心並進運動+周転円運動+垂直振動

$$\begin{aligned}
 x &= b - \frac{ea_0\Omega_0}{\kappa} \cos(\kappa t - \phi_e) \\
 y &= -\frac{\alpha}{2}b(\Omega_0 t - \phi) + \frac{2ea_0\Omega_0^2}{\kappa^2} \sin(\kappa t - \phi_e) \\
 z &= ia_0 \frac{\Omega_0}{\nu} \sin(\nu t - \phi_\nu)
 \end{aligned}$$

$$\alpha = 4 - \frac{\kappa^2}{\Omega^2}$$

$b, e, i, \phi, \phi_e, \phi_z$: 積分定数



振動数の例

Φ	κ/Ω	ν/Ω
ケプラー	1	1
調和	2	2
銀河系 (太陽近傍)	1.39	3.81

円盤内の相互作用

円盤全体

- 自己重力 (→ 重力不安定 → 構造形成)

二体相互作用

- 運動
 - 重力散乱 (二体緩和)
 - 衝突 (→ エネルギー散逸 → 構造形成)
- 質量
 - 合体/破壊 (→ 粒子進化)

円盤の重力不安定性

局所重力不安定性

- 自己重力 vs. 回転 (潮汐力, コリオリ力) + ランダム運動

Toomre の Q 値

$$Q \equiv \frac{\sigma_x \kappa}{3.36 G \Sigma}$$

σ_x : 半径方向速度分散, Σ : 面密度

(Toomre 1964)

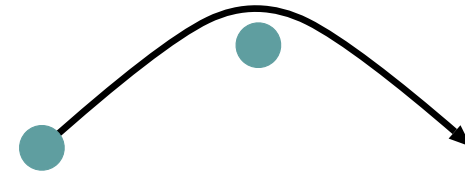
不安定条件

- $Q \lesssim 1$: 不安定 (軸対象モード)
- $1 \lesssim Q \lesssim 2$: 不安定 (非軸対象モード=スパイラル, ウェイク)
- $Q > 2$: 安定

二体緩和

素過程

- 二体重力散乱 (離散的質量分布の効果)



チャンドラセカールの二体緩和時間

- 初期速度 v を忘れるのにかかる時間スケール

$$t_{\text{relax}} \equiv \frac{v^2}{dv^2/dt} \simeq \frac{1}{n\pi r_g^2 v \ln \Lambda} = \frac{v^3}{n\pi G^2 m^2 \ln \Lambda}$$

n : 個数密度, m : 質量, r_g : 重力半径, $\ln \Lambda$: クーロン対数

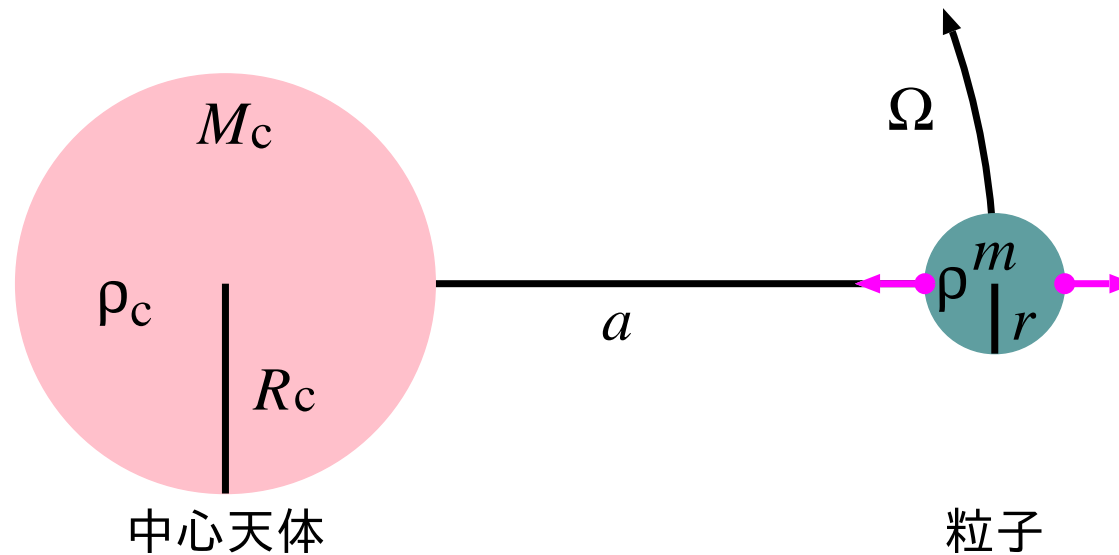
(Chandrasekhar 1949)

衝突系と無衝突系

- **無衝突系**: 二体緩和が無視できる系 (円盤銀河)
- **衝突系**: 二体緩和で進化する系 (その他の粒子円盤系)

(以下、ケプラーポテンシャルで考える)

潮汐力



惑星潮汐力

- 中心天体重力と遠心力の差
- 仮定: $a \gg r$ (遠隔潮汐近似), $M_c \gg m$, 円軌道, 自転公転同期

$$F_t = \Omega^2(a \pm r) - \frac{GM_c}{(a \pm r)^2} \simeq \pm \frac{3GM_c r}{a^3} = \pm 3\Omega^2 r$$

$$\frac{GM_c}{a^2} = \Omega^2 a$$

潮汐半径

粒子自己重力束縛条件

- 潮汐力 < 自己重力

$$\frac{3GM_c r}{a^3} < \frac{Gm}{r^2}$$

潮汐 (ヒル) 半径

- 粒子の半径 (軌道運動する天体の重力圏) の条件

$$r < r_t \equiv \left(\frac{m}{3M_c} \right)^{1/3} a$$

ロッシュ限界

粒子自己重力束縛条件

- 潮汐力 < 自己重力

$$\frac{3GM_c r}{a^3} < \frac{Gm}{r^2}$$

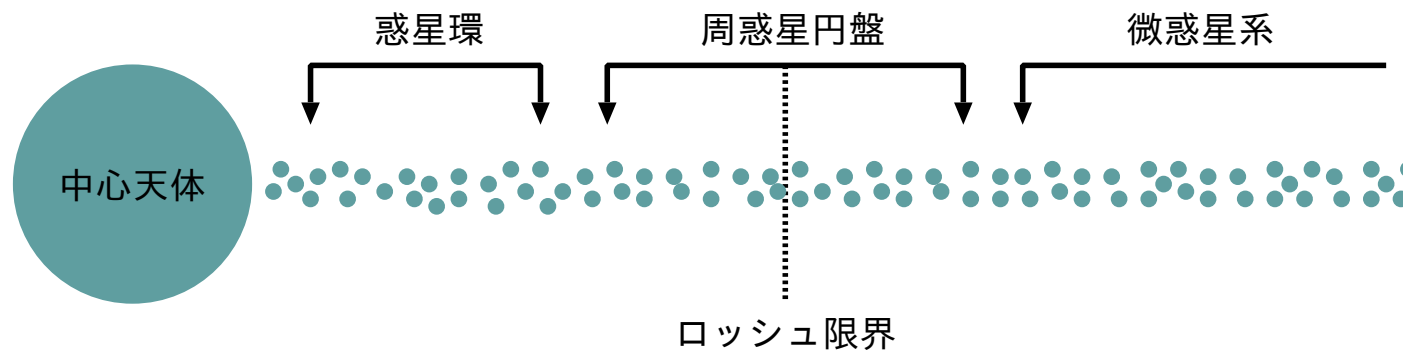
ロッシュ限界半径

- 中心天体からの距離の条件

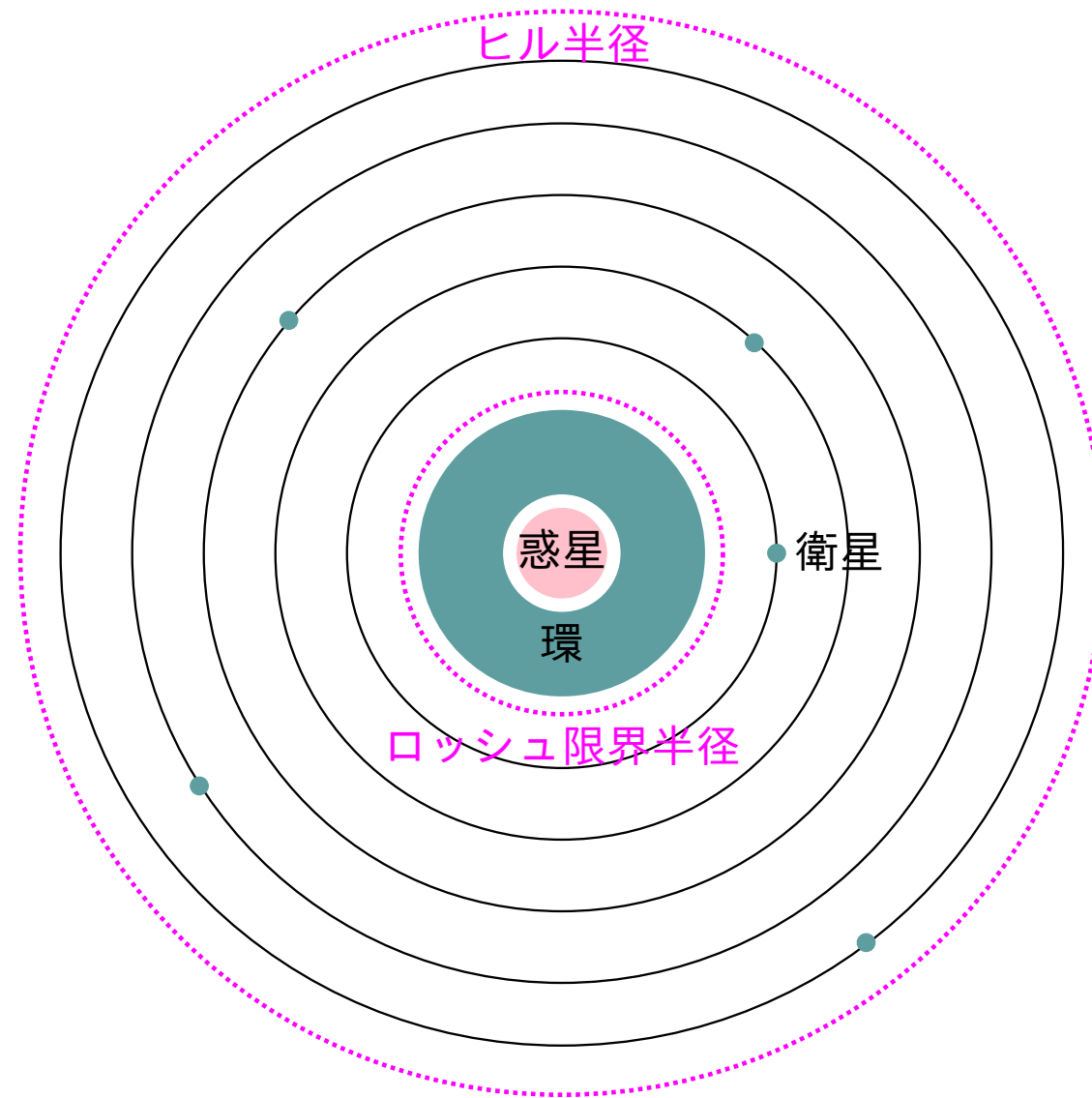
$$a > a_R \equiv \left(\frac{3\rho_c}{\rho} \right)^{1/3} R_c \simeq 1.442 \left(\frac{\rho_c}{\rho} \right)^{1/3} R_c$$

(変形を許した流体の場合: 1.442 → 2.456)

ロッシュ限界半径と粒子円盤系



周惑星構造



惑星 $< R_c < \text{環 (重力集積不可能領域)} < a_R < \text{衛星系 (重力集積可能領域)} < r_H < \text{系外}$

粒子系円盤の多様性

重力安定性

- $Q \lesssim 2$: 不安定
- $Q > 2$: 安定

二体緩和

- $t_{\text{relax}} > t_{\text{disk}}$: 無衝突系 (円盤銀河)
- $t_{\text{relax}} < t_{\text{disk}}$: 衝突系 (惑星系の円盤)

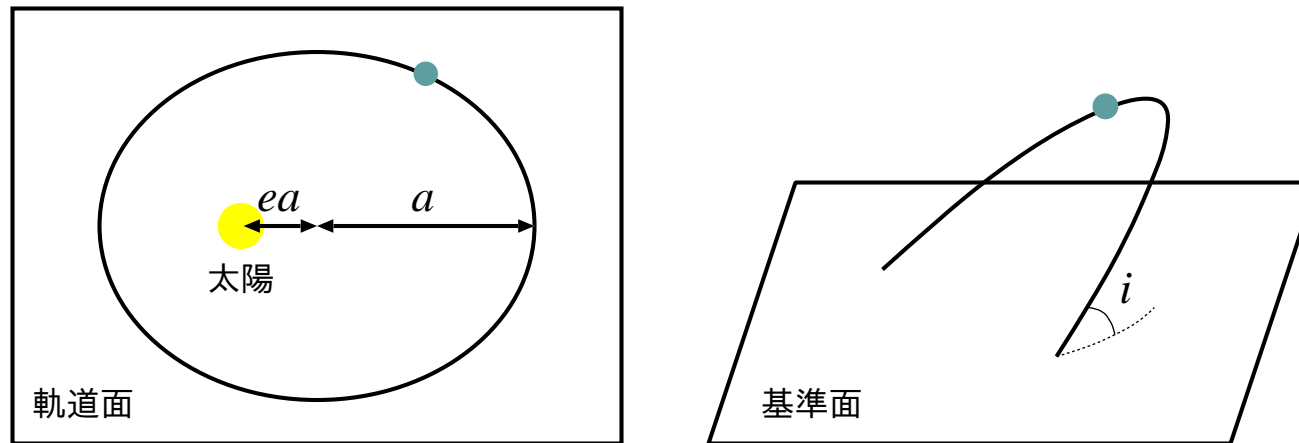
ロッシュ限界

- $a < a_{\text{R}}$: 惑星環
- $a \sim a_{\text{R}}$: 周惑星円盤
- $a \gg a_{\text{R}}$: 微惑星系

応用編: 微惑星系の進化

微惑星の軌道と運動

軌道要素



a : 軌道長半径, e : 軌道離心率, i : 軌道傾斜角

ランダム速度

- 基準面円運動速度からのずれの速度

$$v_{\text{ran}} \simeq (e^2 + i^2)^{1/2} v_K$$

$$\sigma_R \propto \sigma_e, \sigma_z \propto \sigma_i$$

v_K : ケプラー速度

微惑星系の特徴

粒子円盤系の特徴

- 重力安定
- 衝突系
- ロッシュ限界外側
- ガスとの相互作用
- 衝突による質量進化

運動

- 太陽重力支配的 (ケプラー軌道)
- 差動回転 (剪断速度)

構造

- 円盤厚み \propto 速度分散 ($\sigma_z \propto \sigma_i$)

時間スケール

- 軌道進化時間 $t_{\text{dynamics}} \ll$ 集積時間 $t_{\text{accretion}}$

微惑星の運動

運動方程式

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \underbrace{-GM_{\odot} \frac{\mathbf{x}_i}{|\mathbf{x}_i|^3}}_{\text{太陽重力}} + \underbrace{\sum_{j \neq i}^N Gm_j \frac{\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i|^3}}_{\text{自己重力}} + \underbrace{\mathbf{f}_{\text{gas}}}_{\text{ガス抵抗}} + \underbrace{\mathbf{f}_{\text{col}}}_{\text{衝突}}$$

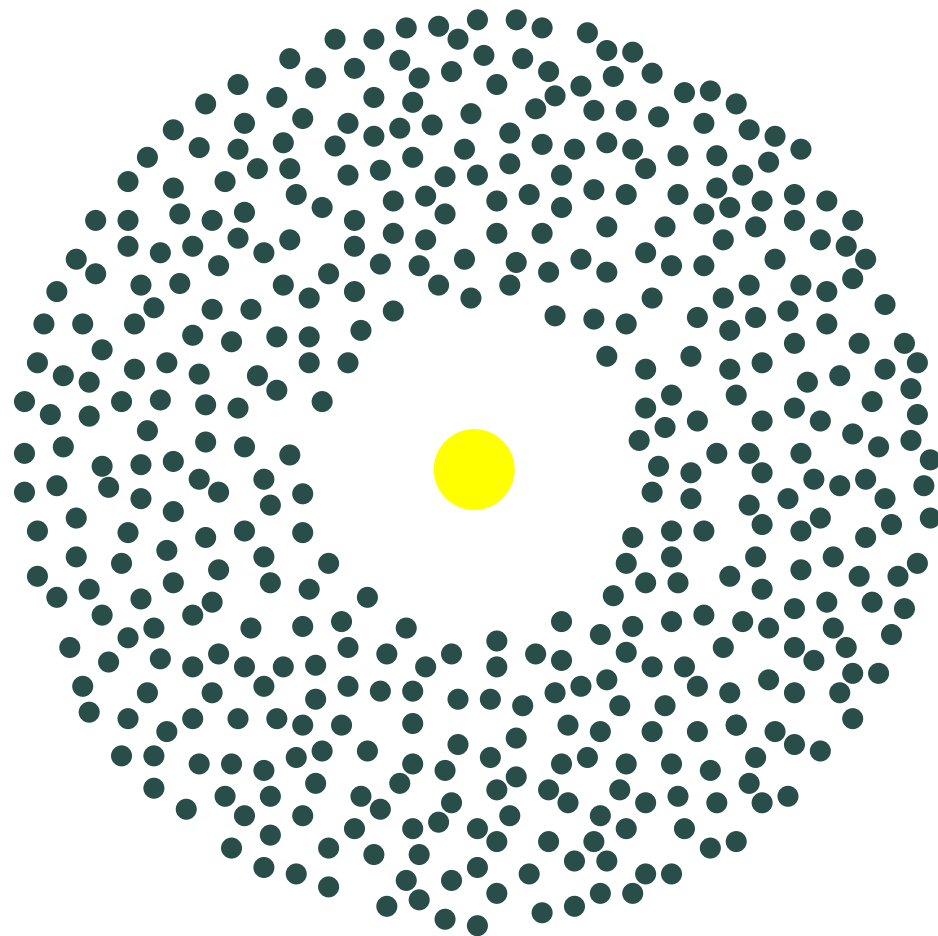
$$\mathbf{f}_{\text{gas}} = -\frac{1}{2m_i} C_D \pi r_i^2 \rho_{\text{gas}} |\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{\text{gas}}| (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{\text{gas}})$$

m_i, r_i : 微惑星質量, 半径; C_D : ガス抵抗係数

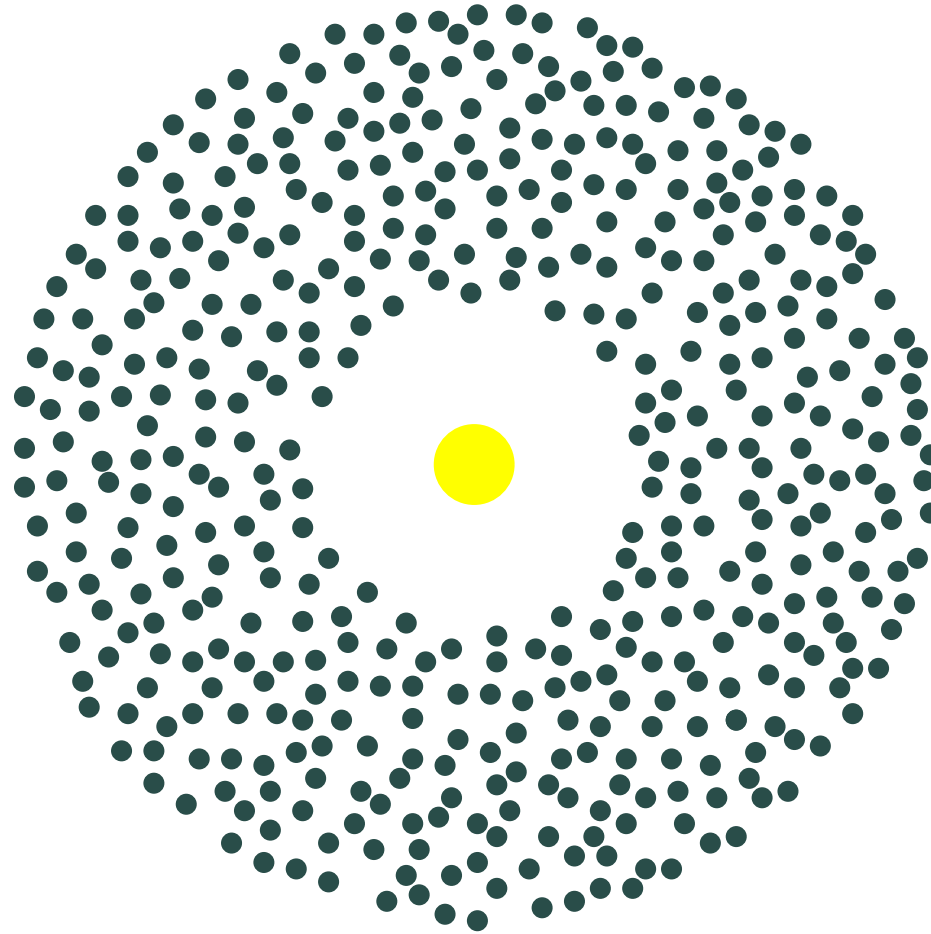
- 太陽重力 (支配的) → ケプラー軌道
- 自己重力 (二体緩和) → ランダム速度 ↑
- ガス抵抗 → ランダム速度 ↓
- 衝突 → ランダム速度 ↓

自己重力 + ガス抵抗 → 平衡ランダム速度

問題

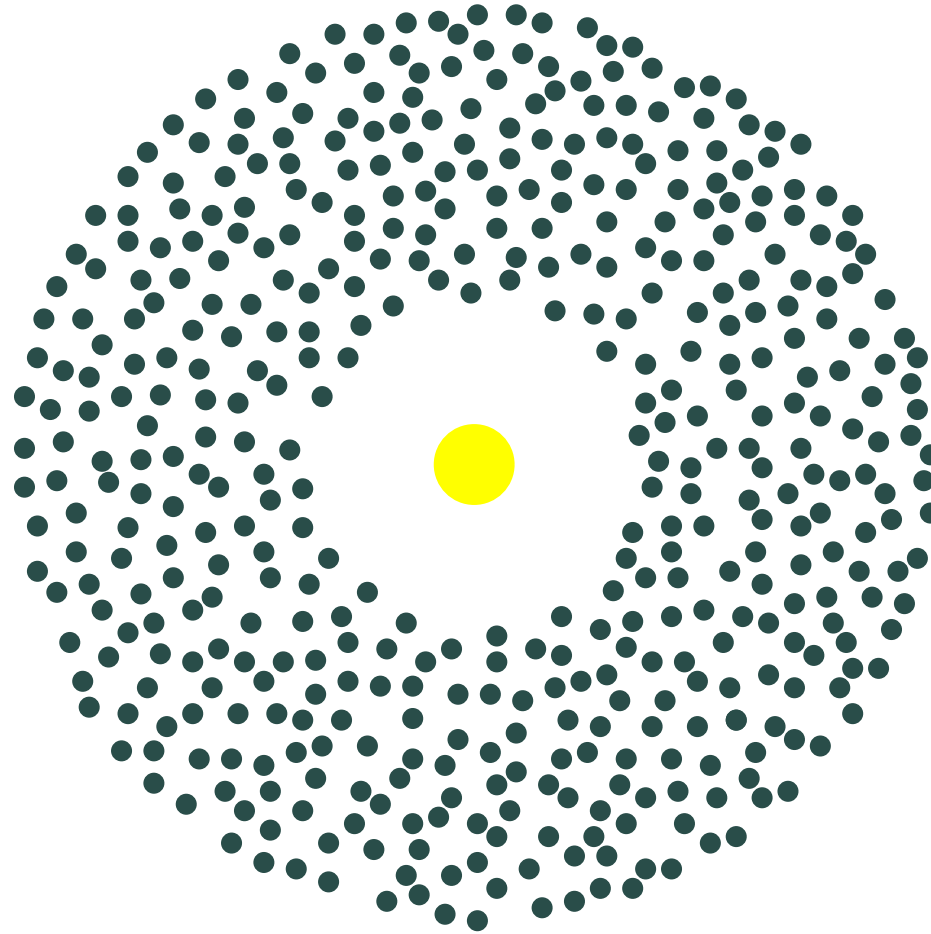


問題



微惑星円盤は二体緩和でどのように進化するのか？

問題



微惑星円盤は二体緩和でどのように進化するのか？
微惑星軌道 (a, e, i) は二体緩和でどのように進化するのか？

粒子円盤系の二体緩和

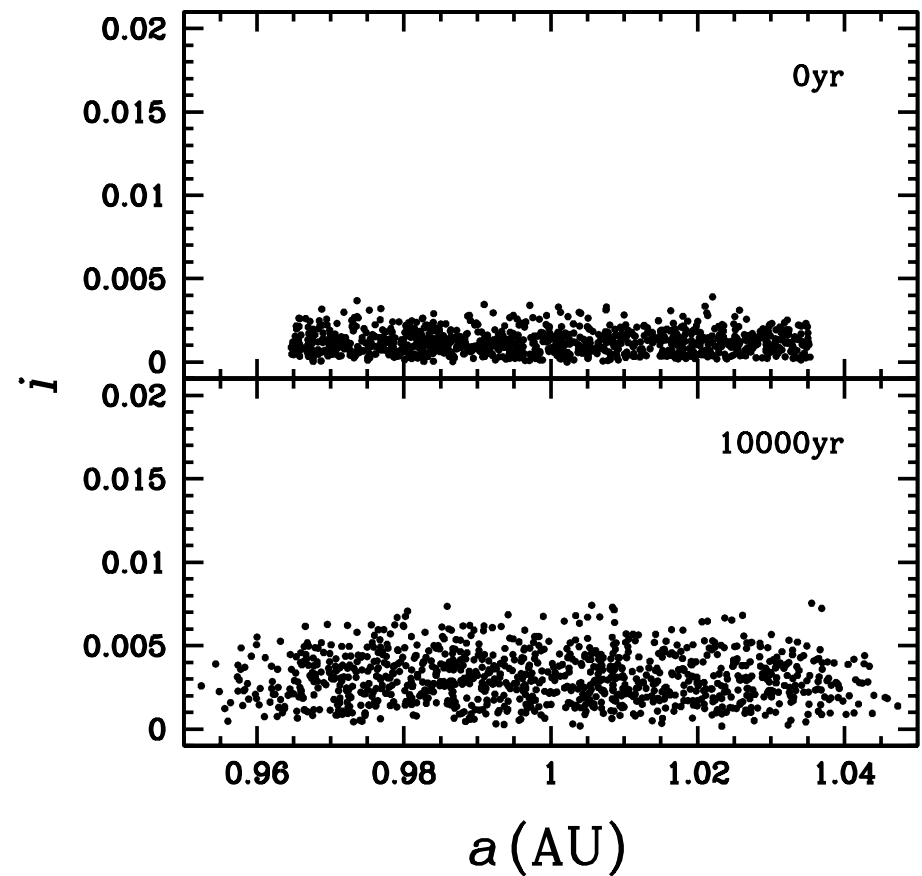
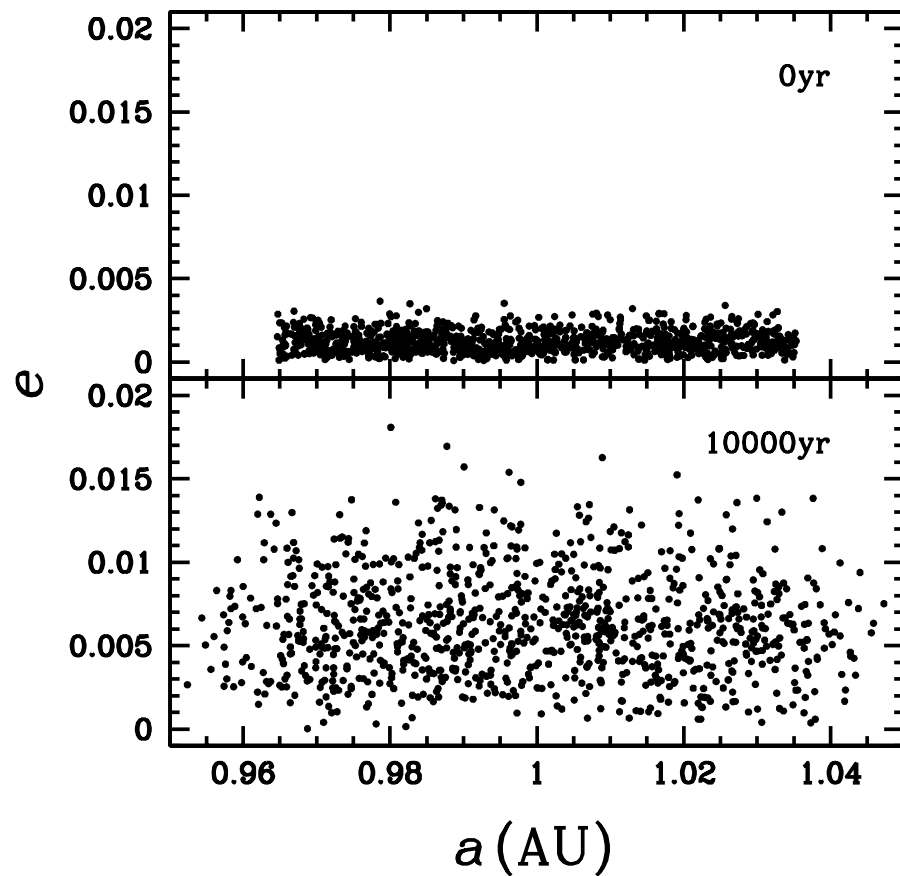
粘性攪拌 (円盤加熱)

- ランダム速度 $v_{\text{ran}}(e, i)$ 増加
- 軌道長半径 a 拡散

力学的摩擦

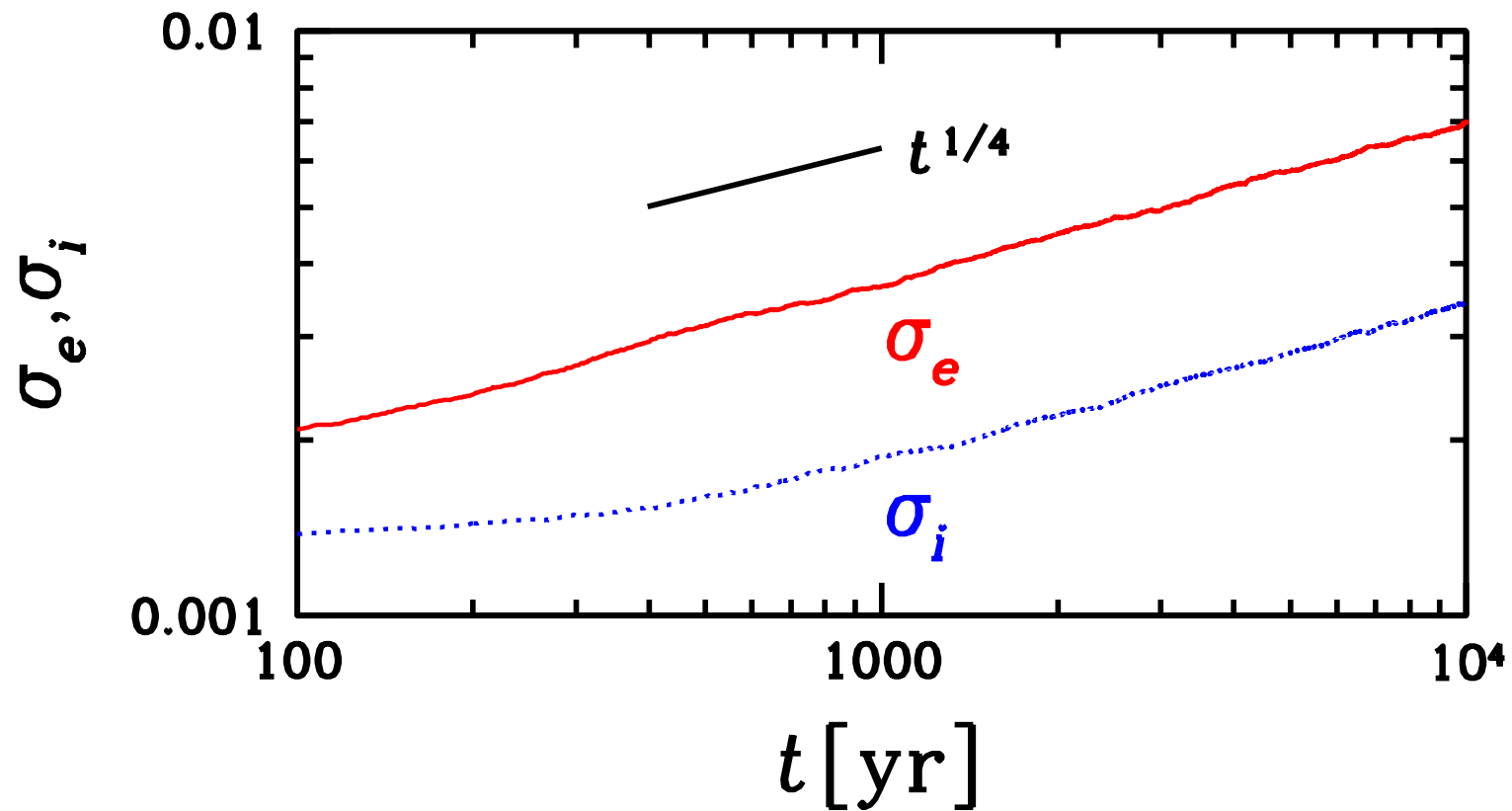
- ランダム運動エネルギーの等分配 $mv_{\text{ran}}^2 \propto m(e^2 + i^2)$

粘性攪拌



- 軌道離心率・傾斜角 e, i : 增加 ($\sigma_e > \sigma_i$)
- 軌道長半径 a : 拡散

粘性攪拌



- $\sigma_e, \sigma_i \propto t^{1/4}$ (二体緩和時間)
- $\sigma_e/\sigma_i = \sigma_R/\sigma_z \simeq 2$ (非等方速度分散)

粘性攪拌

素過程

- 二体重力散乱: 剪断速度 \rightarrow ランダム速度

時間スケール

$$t_{\text{VS}} \equiv \frac{\sigma^2}{d\sigma^2/dt} \simeq \frac{\sigma^3}{n\pi G^2 m^2 \ln \Lambda} \Rightarrow t_{\text{VS}} \propto \sigma^4 \Rightarrow \sigma \propto t^{1/4}$$

$$n \propto (\text{円盤厚み})^{-1} \propto \sigma^{-1}$$

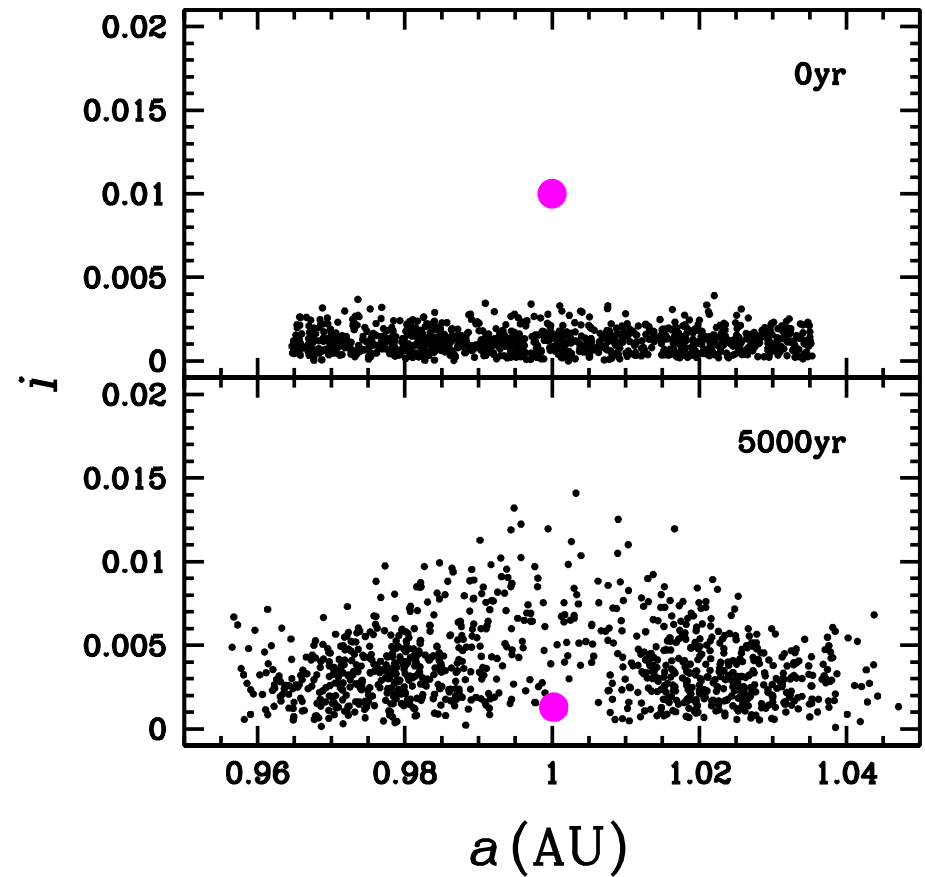
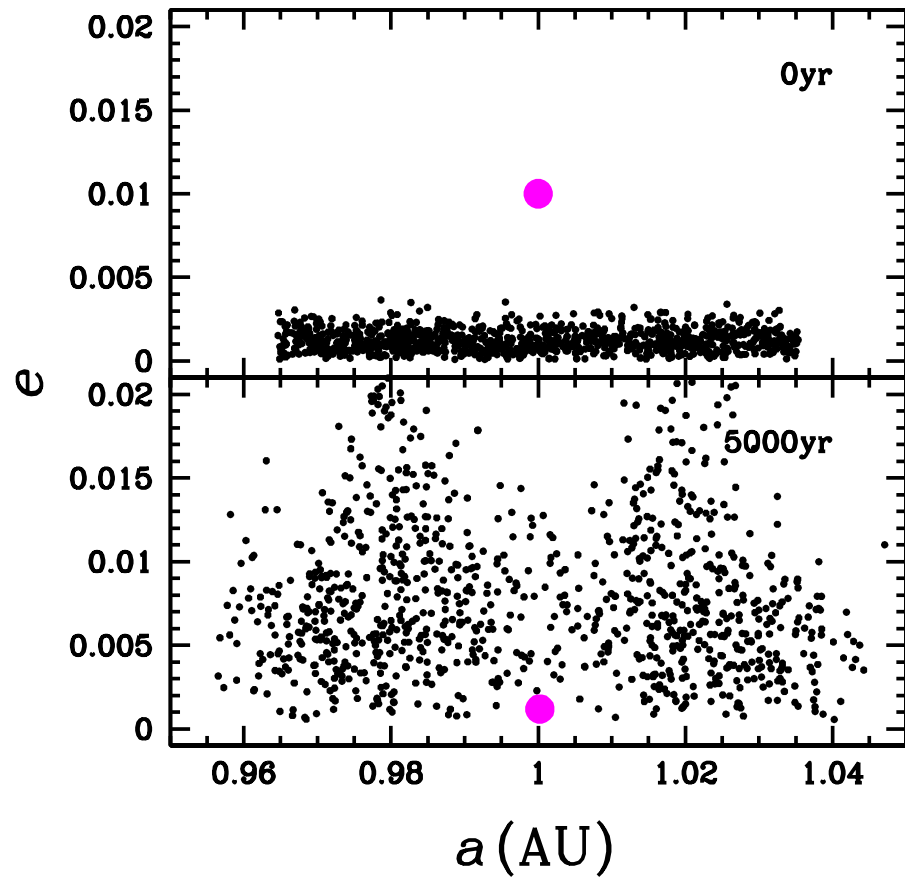
(Ida & Makino 1992; EK & Ida 1992)

非等方速度分散

- $\sigma_e/\sigma_i \propto$ 剪断率
(cf. 銀河系円盤: $\sigma_R/\sigma_z \simeq 1.4$)

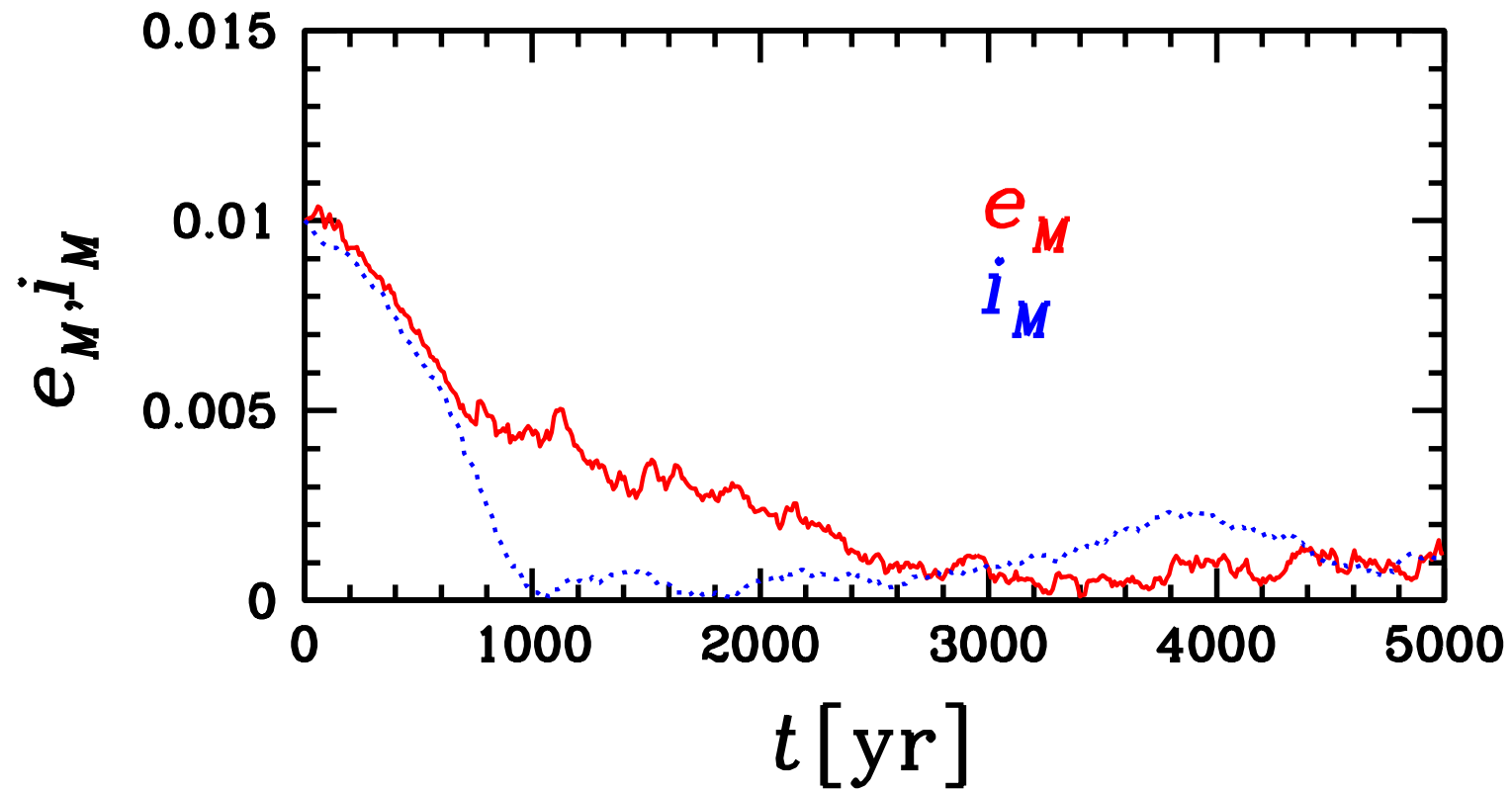
(Ida, EK & Makino 1993)

力学的摩擦



- 軌道離心率・傾斜角 e_M, i_M : 減少 (\leftrightarrow 周囲の e, i : 増加)
- 軌道長半径 a_M : 変化なし

力学的摩擦



- 軌道離心率・傾斜角 $e_M, i_M \rightarrow 0$ (基準面円軌道)

力学的摩擦

チャンドラセカールの公式

モデル: 大粒子 (M, v_M) + 小粒子集団 (n, m, v_m)

$$\frac{1}{v_M} \frac{dv_M}{dt} \sim \frac{G^2 M m n}{v_M^3}$$

$(v_M > v_m)$

(Chandrasekhar 1949)

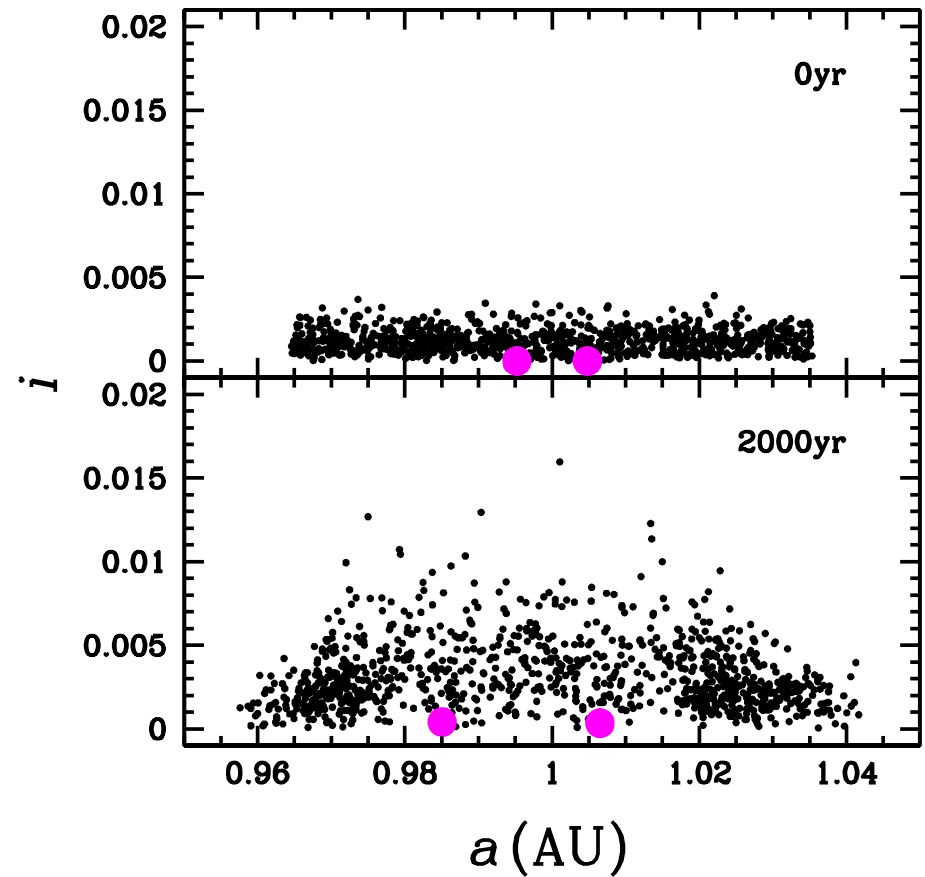
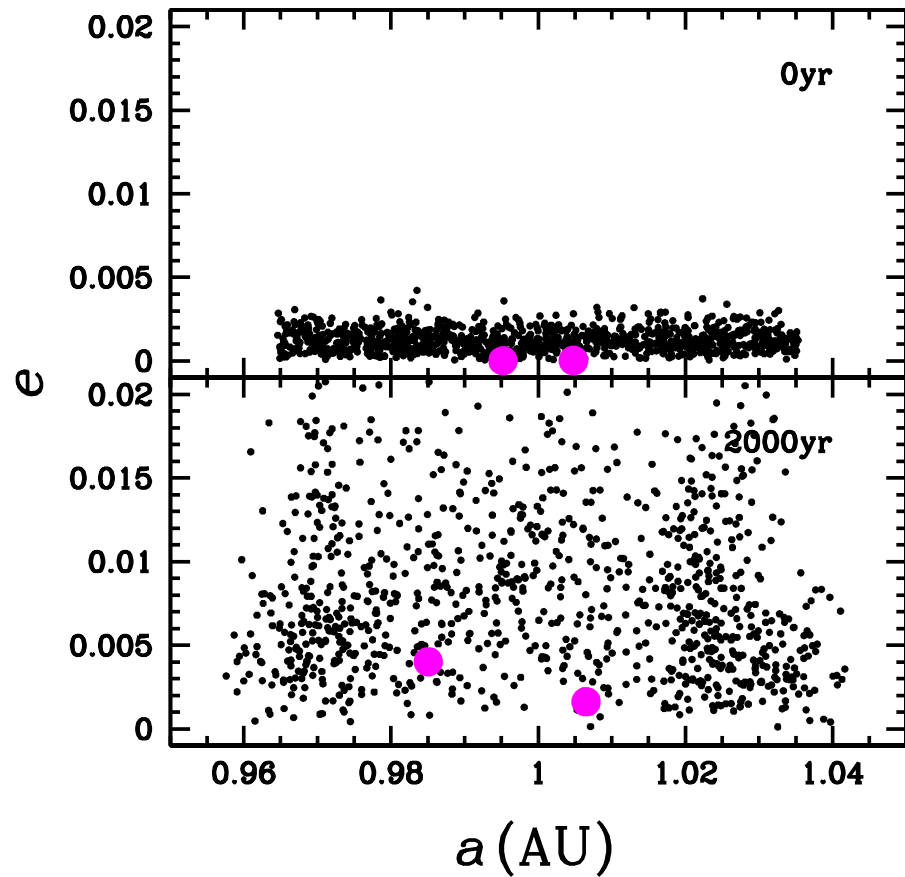
円盤への応用

$$\frac{1}{e_M} \frac{de_M}{dt} \sim \frac{G^2 M m n_s}{2i_m a e_M^3 a^3 \Omega^3} \sim \frac{G^2 M \Sigma}{e_M^4 a^4 \Omega^3}$$

$(\Sigma = m n_s, v_M \simeq e_M a \Omega, n \simeq n_s / 2 a i_M, i_m < i_M)$

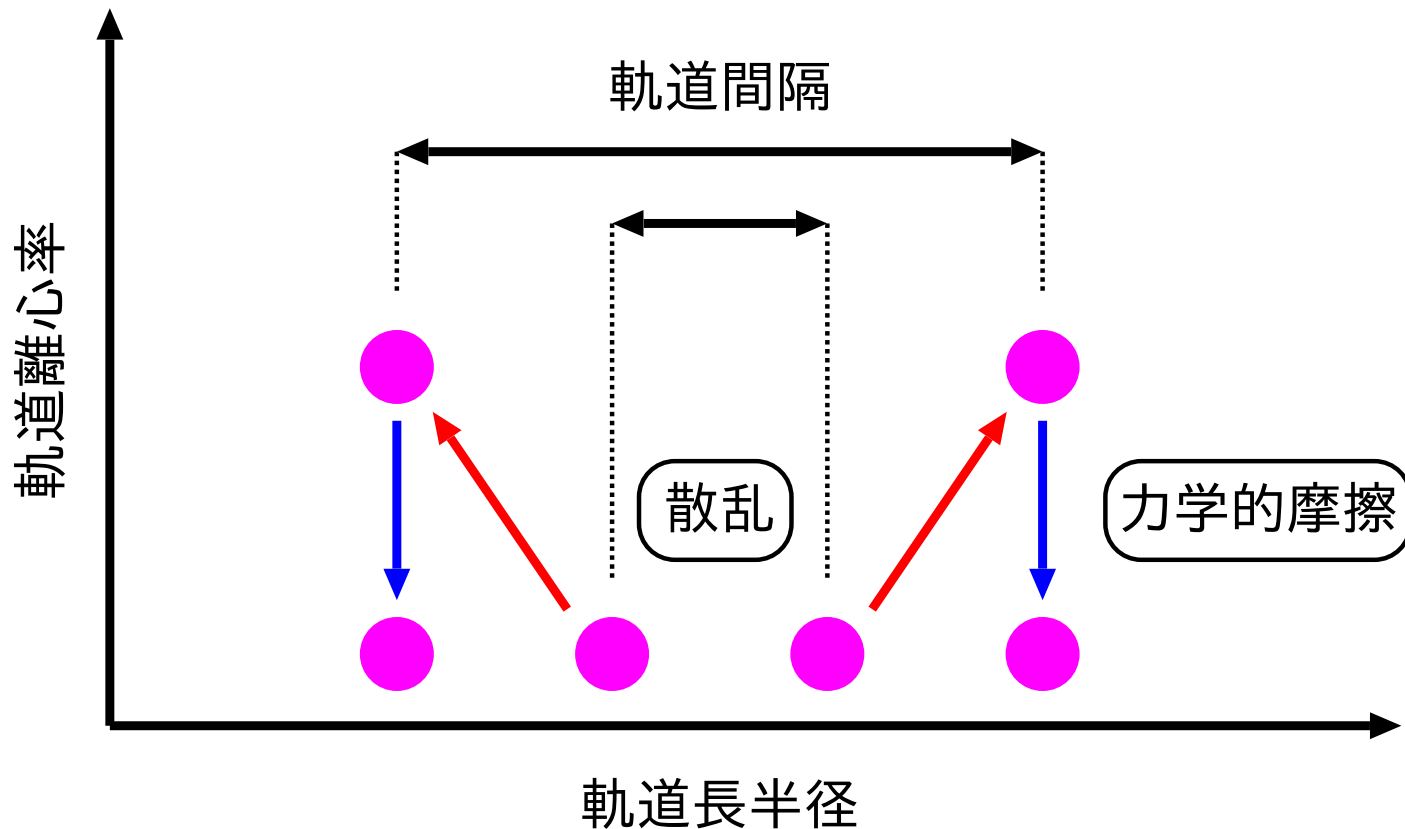
$$t_{\text{DF}} \equiv \frac{e_M}{de_M/dt} \sim \frac{e_M^4 a^4 \Omega^3}{G^2 M \Sigma}$$

軌道反発



- 軌道間隔 b : 拡大 ($b = 3r_H \rightarrow b \simeq 8r_H$)
- 軌道離心率・傾斜角 e_M, i_M : 小さいまま

軌道反発の機構



1. 原始惑星どうしの重力散乱 ($e_M, b \uparrow$) - 宿題
2. 微惑星からの力学的摩擦 ($e_M \downarrow, a_M$ constant)

$$b \gtrsim 5r_H$$

(EK & Ida 1995)

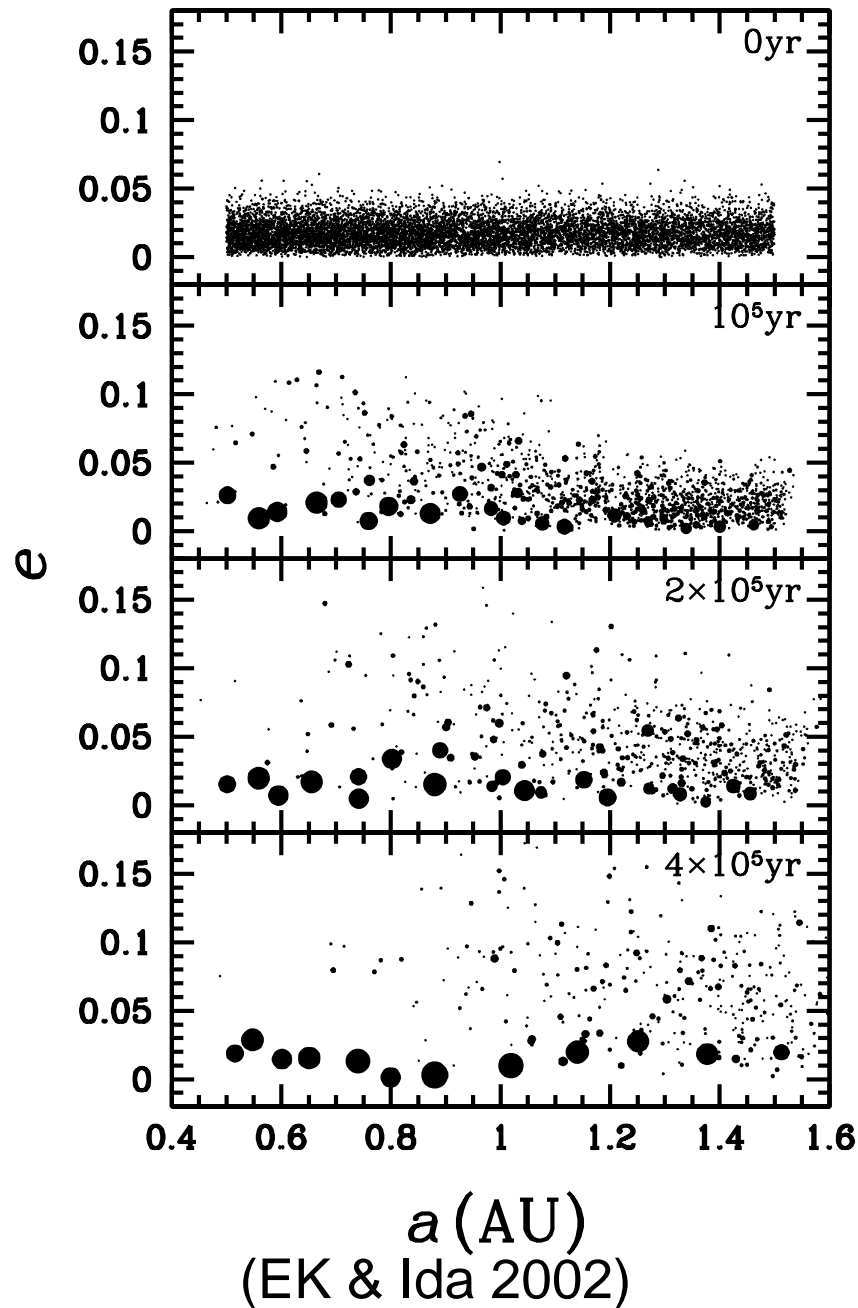
微惑星系の軌道進化

二体緩和による円盤進化

- 粘性攪拌
 - $\sigma_e, \sigma_i \propto t^{1/4}$ (\Leftarrow 円盤構造)
 - $\sigma_e/\sigma_i \simeq 2$ (\Leftarrow 差動回転)
- 力学的摩擦
 - $e, i \propto m^{-1/2}$ (\Leftarrow エネルギー等分配)
- 軌道反発
 - $b \gtrsim 5r_H$ (\Leftarrow 重力散乱 + 力学的摩擦)

これらの素過程が微惑星系の基本運動と構造を決める!

原始惑星の寡占的成長



原始惑星が一定軌道間隔で形成

暴走的成長の鈍化

原始惑星 ($M \gtrsim 100m$) による周囲の微惑星の重力散乱

$$v_{\text{ran}} \propto r_{\text{H}} \propto M^{1/3}$$

↓

$$\frac{1}{M} \frac{dM}{dt} \propto M^{1/3} v_{\text{ran}}^{-2} \propto M^{-1/3}$$

秩序的成長!

(Ida & Makino 1993)

軌道反発

軌道間隔: $b \simeq 10r_{\text{H}}$

(EK & Ida 1998)

まとめ-楽しい粒子円盤系

粒子円盤系の多様性

- 重力安定性
- 二体緩和
- ロッシュ限界
- ...

粒子円盤系の構造と進化

- 惑星環
- 衛星系形成
- 微惑星形成
- 惑星集積
- 円盤銀河
- ...

まとめ-楽しい粒子円盤系

粒子円盤系の多様性

- 重力安定性
- 二体緩和
- ロッシュ限界
- ...

粒子円盤系の構造と進化

- 惑星環
- 衛星系形成
- 微惑星形成
- 惑星集積
- 円盤銀河
- ...

そこの君も回ってみる？